

## **APPENDICE A**

ÉQUATIONS UTILES (SYSTÈME MÉTRIQUE ET IMPÉRIALE)

LA DÉFINITION DE LA VISCOSITÉ

LES PROPRIÉTÉS RHÉOLOGIQUES (COMPORTEMENT VISQUEUX) DES FLUIDES

## APPENDICE A

## ÉQUATIONS UTILES

	Unités FPS	Unités SI
Vitesse vs. débit	$v(pi/s) = 0.4085 \frac{q(USgal./min)}{D^2(po)^2}$	$v(m/s) = 21.22 \frac{q(L/min)}{(D(mm))^2}$
La gravité spécifique vs. la densité du fluide	$GS = \frac{\rho_F}{\rho_W}$ ou $\rho_W = 62.34 \text{ lbm/pi}^3$ pour l'eau à 60 °F	$GS = \frac{\rho_F}{\rho_W}$ ou $\rho_W = 997.8 \text{ kg/m}^3$ pour l'eau à 15.55 °C
La viscosité cinématique $\nu$ vs. la viscosité dynamique $\mu$	$\nu(cSt) = 62.45 \times \frac{\mu(cP)}{\rho \left( \frac{lbm}{pi^3} \right)}$	$\nu(cSt) = 10^3 \times \frac{\mu(cP)}{\rho \left( \frac{kg}{m^3} \right)}$
La viscosité cinématique $\nu$ vs. la viscosité dynamique $\mu$	$\nu(SSU) = 4.63 \frac{\mu(cP)}{GS}$ ou $\rho_E = 62.34 \text{ lbm/pi}^3$ pour l'eau à 60 °F	$\nu(cSt) = 1.0022 \frac{\mu(cP)}{GS}$ ou $\rho_E = 997.8 \text{ kg/m}^3$ pour l'eau à 15.55 °C
La viscosité cinématique en SSU vs. cSt	$\nu(SSU) = \nu(cSt) \times 4.635$ pour $\nu(cSt) > 50$	
La pression vs. la hauteur de charge de pression	$H_f(pi \text{ fluide}) = 2.31 \frac{p(psi)}{GS}$ ou $\rho_E = 62.34 \text{ lbm/pi}^3$ pour l'eau à 60 °F	$H_f(m \text{ fluide}) = 0.102 \frac{p(kPa)}{GS}$ ou $\rho_E = 997.8 \text{ kg/m}^3$ pour l'eau à 15.55 °C
Nombre de Reynolds	$Re = 7745.8 \frac{\nu(pi/s) D(po)}{\nu(cSt)}$	$Re = 1000 \frac{\nu(m/s) D(mm)}{\nu(cSt)}$
La perte de charge due au frottement dans la tuyauterie	$\frac{\Delta H_{FT}}{L} \left( \frac{pi \text{ fluide}}{100 pi \text{ de tuyau}} \right) = 1200 f \frac{(\nu(pi/s))^2}{D(po) \times 2g(pi/s^2)}$ Unités FPS La formule de Darcy-Weisbach $g = 32.17 \text{ pi/s}^2$	
La perte de charge due au frottement dans la tuyauterie	$\frac{\Delta H_{FT}}{L} \left( \frac{m \text{ fluide}}{100 m \text{ de tuyau}} \right) = 10^5 f \frac{(\nu(m/s))^2}{D(mm) \times 2g(m/s^2)}$ Unités SI La formule de Darcy-Weisbach $g = 9.81 \text{ m/s}^2$	
La perte de charge due au frottement dans les raccords	$\Delta H_{FR}(pi \text{ fluide}) = K \frac{(\nu(pi/s))^2}{2g(pi/s^2)}$	$\Delta H_{FR}(m \text{ fluide}) = K \frac{(\nu(m/s))^2}{2g(m/s^2)}$
Paramètre de frottement pour le régime laminaire	$f = \frac{64}{Re}$ $f$ et $Re$ sont des unités non dimensionnelles.	
Paramètre de frottement pour le régime turbulent	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left( \frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right)$ Équation de Colebrook	

## ÉQUATIONS UTILES

	Unités FPS	Unités SI
Paramètre de frottement pour le régime turbulent	$f = \frac{0.25}{\left( \log_{10} \left( \frac{\varepsilon}{3.7 D} + \frac{5.74}{R_e^{0.9}} \right) \right)^2}$	
Équation de Swamee & Jain. Peut-être utilisé pour remplacer l'équation de Colebrook.		
Hauteur de charge totale	$\Delta H_P = \Delta H_{F1-2} + \Delta H_{EQ1-2} + \frac{1}{2g} (v_2^2 - v_1^2) + z_2 + H_2 - (z_1 + H_1)$	
voir la figure A-1, les unités sont en pieds ou mètres de fluide		
N.P.S.H. disponible	$N.P.S.H._{disp.} = -(\Delta H_{F1-S} + \Delta H_{EQ1-S}) + \frac{v_1^2}{2g} + (z_1 - z_s + H_1) + H_A - H_{va}$	
voir la figure A-1, les unités sont en pieds ou mètres de fluide		
Puissance à l'arbre de la pompe	$P(hp) = \frac{GS \Delta H_P (pi \text{ fluide}) q (USgal/min)}{3960 \eta}$	$P(kW) = \frac{GS \Delta H_P (m \text{ fluide}) q (L/min)}{6128 \eta}$
Calculs de débit massique pour coulis		
Débit massique d'un coulis (des particules solides en suspension dans un liquide)	$M\left(\frac{tn}{h}\right) = 0.25 \times q \left( \frac{USgals.}{min} \right) \times C_V \times GS_S$ tn: tonnes ou 2000 livres masse.	$M\left(\frac{t}{h}\right) = 0.06 \times q \left( \frac{L}{min} \right) \times C_V \times GS_S$ t:: tonne métrique ou 1000 kg
Rapport de concentration par poids d'un coulis	$C_W = \frac{C_V \times GS_S}{GS_M}$	
Gravité spécifique du coulis (mixture)	$GS_M = GS_L + C_V (GS_S - GS_L)$ SG <sub>L</sub> est la gravité spécifique du liquide transporteur, pour l'eau SG <sub>L</sub> = 1.0.	
Suspensions de pâtes		
Débit massique d'une suspension de pâtes	$M\left(\frac{tn}{day}\right) = 0.06 \times q \left( \frac{USgals.}{min} \right) \times \%C_V$ Pour l'industrie des pâtes et papiers, SG <sub>M</sub> = 1	$M\left(\frac{t}{jour}\right) = 0.0144 \times q \left( \frac{L}{min} \right) \times \%C_V$

Table A-1 Équations utiles

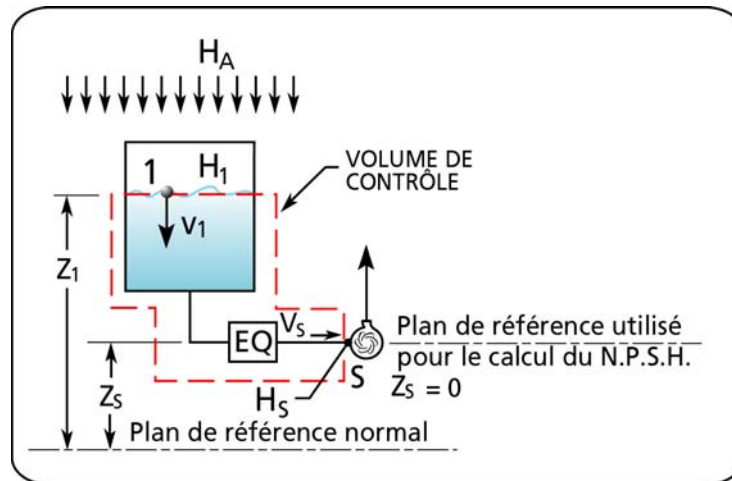


Figure A-1 Système de pompage typique.

## LA DÉFINITION DE LA VISCOSITÉ ABSOLUE OU DYNAMIQUE

Isaac Newton fut le premier à faire des recherches sur les fluides pour définir la propriété de viscosité. L'appareil qu'il utilisa était deux plaques séparées par une mince couche de fluide, la plaque inférieure est fixe et la plaque supérieure mobile. Il prédit qu'une force serait requise sur la plaque supérieure pour maintenir une vitesse  $v$ . Si la plaque supérieure se déplace à une vitesse  $v$ , il déduit que la couche supérieure de fluide sous la plaque devait se déplacer à la même vitesse si non la plaque se décrocherait du fluide. La force  $F$  est maintenue due au contact du fluide avec la plaque supérieure, aussi le fluide sur la plaque inférieure est attaché à la plaque inférieure qui est immobile. Donc les couches de fluide entre la plaque inférieure et supérieure se déplacent à différentes vitesses. C'est cette variation de la vitesse (ou gradient de vitesse  $dv/dy$ , voir la figure A-2) qui est responsable pour la viscosité et produit le cisaillement interne entre les couches. L'hypothèse de Newton était que le gradient de vitesse était indépendant de la viscosité. En d'autres mots, une force 2 fois plus grande serait requise pour bouger la plaque supérieure 2 fois plus vite et donc qu'il y a une relation proportionnelle directe entre le gradient de vitesse  $dv/dy$  et la force  $F$  requise pour maintenir la vitesse  $v$ .

$$F = K \frac{dv}{dy} \text{ ou } \tau = \frac{K}{A} \frac{dv}{dy} = \frac{1}{\frac{A}{K}} \frac{dv}{dy} = \frac{1}{\mu} \frac{dv}{dy} \quad [\text{A-1}]$$

La constante  $A/K$  s'appelle la viscosité et est représentée par la lettre grecque  $\mu$  ( $mu$ ). La valeur de  $\mu$  déterminera la valeur de la force de cisaillement  $F$ . Les fluides à haute viscosité auront besoin d'une force de cisaillement plus haute pour le même gradient de vitesse. Pour rendre la formule indépendante de la dimension des plaques on divise la force  $F$  par la surface  $A$  et on appelle le résultat la contrainte de cisaillement  $\tau$ .

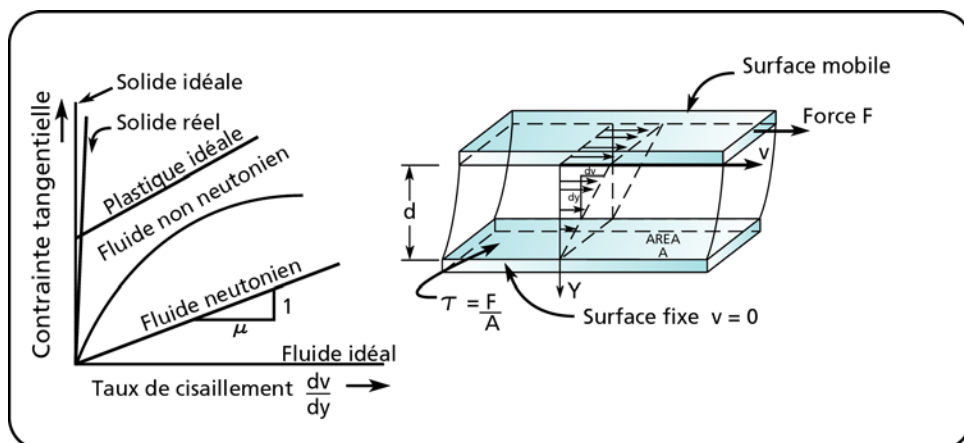


Figure A-2 La viscosité vs. le gradient de vitesse et la contrainte tangentielle.

Le terme  $\mu$  est la viscosité absolue du fluide (voir l'équation A-1). Le gradient de vitesse  $dv/dy$  s'appelle le taux de cisaillement. Newton n'a pu vérifier ces hypothèses à cause de difficultés expérimentales avec son appareillage. Plusieurs années plus tard, Poiseuille (1849) trouva une méthode plus simple pour mesurer la viscosité, il utilisa un petit tube dans lequel le fluide s'écoulait permettant de mettre en relation la pression développée par le poids du fluide, la vitesse d'écoulement et la viscosité. L'expérience de Poiseuille vérifia la validité des hypothèses de Newton. La relation de Newton décrit le comportement d'une classe de fluide qu'on appelle newtonien. Beaucoup de fluide se comporte de cette façon (voir la table A-2). L'unité de la viscosité absolue s'appelle le Poise (ou centiPoise) en honneur de Poiseuille. L'eau à une température de 68 °F a une viscosité de 1 cP (centipoise) ce qui nous permet facilement de comparer la viscosité des différents fluides avec celle de l'eau.

Il y a beaucoup de fluides qui ne se comportent pas de la façon ordonnée des fluides newtoniens, cette classe de fluide s'appelle non newtonien. Il y a plusieurs catégories dépendant (voir la table A-2) de la forme du tracé de la courbe de contrainte vs. taux de cisaillement. Pour ces fluides, la viscosité n'est pas constante, au lieu de viscosité on parle souvent dans la littérature de viscosité apparente quand il s'agit d'une viscosité variable et des fluides non newtoniens. Le gradient de vitesse affecte la viscosité produisant un niveau de la contrainte tangentielle beaucoup plus haut ou plus bas que le fluide newtonien.

Le comportement bizarre de certains fluides non newtoniens peut être illustré en utilisant un produit domestique courant. Essayez cette expérience, préparez une solution de fécule de maïs et d'eau, 1 partie fécule et 2 parties d'eau. Mélangez bien dans un grand bol. Immergez vos doigts et essayez de les bouger à différentes vitesses. Vous constaterez que plus vous allez vite, plus la mixture semble rigide, au point où les doigts ne pénètrent pas et sautent sur la surface du liquide. Plus on cisaille le fluide rapidement, plus il devient rigide, si on va lentement le fluide devient liquide et malléable comme un sirop épais. C'est ce qu'on veut dire quand on dit que la viscosité du fluide augmente quand le taux de cisaillement augmente. Si vous comparez ce comportement à celui de la mélasse on constate que bien que la mélasse soit visqueuse, sa viscosité change très peu avec le taux de cisaillement.

Ceci explique pourquoi les pompes centrifuges avec leur taux de cisaillement élevé (haute vitesse de rotation) sont peu convenables pour les fluides non newtoniens. Une pompe de type à déplacement positif à basse vitesse est plus appropriée pour cette application.

**Viscosité cinématique**

Un terme fréquemment utiliser pour représenter la viscosité est la viscosité cinématique  $\nu$  ( $nu$ ). La relation entre la viscosité absolue ( $\mu$ ) et la viscosité cinématique ( $\nu$ ) est:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

La viscosité cinématique de l'eau à 68 °F est 1 centiStoke (cSt), nommé en l'honneur de G.G. Stokes.

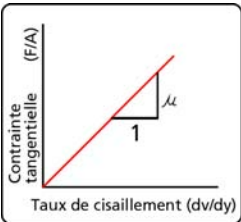
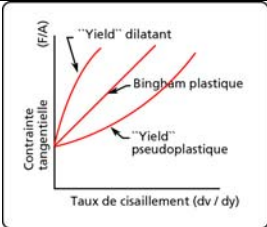
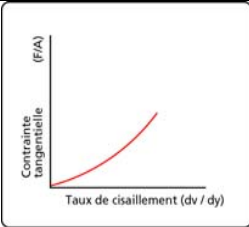
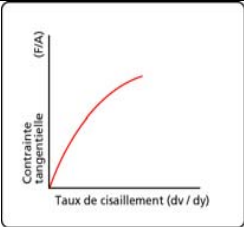
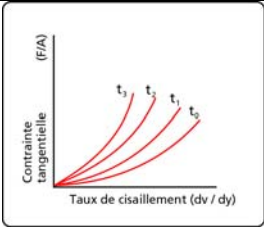
NEUTONIEN		NON NEUTONIEN			
Neutonen	Non-Neutonen	Bingham plastique Yield pseudoplastique Yield dilant	Pseudoplastique	Dilant	Thixotropique Rhéopectique
					
			Viscosité augmente lentement avec le taux de cisaillement.	Viscosité augmente rapidement avec le taux de cisaillement.	Thix.: viscosité décroît avec le temps. Rhéop.: viscosité croît avec le temps.
<ul style="list-style-type: none"> <li>- eau</li> <li>- fuel à haute viscosité</li> <li>- certaines huiles à moteurs</li> <li>- la plupart des huiles minérales</li> <li>- gazoline</li> <li>- kérosène</li> <li>- la plupart des solutions de sel dans l'eau</li> <li>- des suspensions légères de teinture</li> <li>- kaolin (coulis de glaise)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- des huiles contenant des épaisseurs polymériques, aides à la viscosité</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- solutions de polymère thermoplastique</li> <li>- solutions épaisses d'égout</li> <li>- égout traité</li> <li>- glaise</li> <li>- boue</li> <li>- ketchup</li> <li>- gomme à mâcher</li> <li>- goudron</li> <li>- des fortes consistances d'asbestine dans l'huile</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- solutions de latex GRS</li> <li>- solutions épaisses d'égout</li> <li>- graisses</li> <li>- mélasse</li> <li>- peinture</li> <li>- fécule de maïs</li> <li>- savon</li> <li>- la plupart des émulsions</li> <li>- l'encre d'imprimeur</li> <li>- suspensions de pâte de papier</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- fécule de maïs dans l'eau</li> <li>- sable de plage</li> <li>- sable mouvant</li> <li>- feldspar</li> <li>- mica</li> <li>- glaise</li> <li>- composés de friandise</li> <li>- beurre d'arachide</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la plupart des peintures (thixo.)</li> <li>- le gel de silice</li> <li>- graisses</li> <li>- encres</li> <li>- lait</li> <li>- mayonnaise</li> <li>- carboxyméthyl cellulose</li> <li>- bentonite (rhéop.)</li> <li>- le gypse dans l'eau</li> <li>- asphalte</li> <li>- colles</li> <li>- mélasses</li> <li>- fécule de maïs</li> <li>- lard</li> <li>- concentrés de jus</li> </ul>

Table A-2 Propriétés rhéologiques (comportement visqueux) des fluides (voir référence 2, 6, 12 et 13).